МЕХАНИКА
MECHANICS







УДК 539.42
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-4-306-314

Научная статья



Расчет на прочность зоны сопряжения плиты перекрытия и колонны монолитного железобетонного каркаса методом конечных элементов

П. П. Гайджуров ✉, **В. А. Володин**
Донской государственный технический университет, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
✉ gpp-161@yandex.ru

Аннотация
Введение. При конечно-элементном моделировании высотных зданий из монолитного железобетона, как правило, используется рамно-стержневая расчетная схема. Данная модель не позволяет получить данные о распределении компонент тензора напряжений в зоне сопряжения перекрытия с колонной. Поэтому проблема совершенствования методики прочностного расчета в местах стыков перекрытий и колонн является актуальной. Целью настоящего исследования является разработка концепции фрагментации рамного каркаса для оценки несущей способности перекрытий. На тестовом примере шестипролетного трехэтажного монолитного железобетонного каркаса выполнены численные эксперименты с использованием объемно-стержневой и объемно-пластинчатой моделей повторяющегося конструктивного фрагмента. Разработаны практические рекомендации для уточненного прочностного расчета перекрытий монолитных железобетонных каркасов многоэтажных зданий.
Материалы и методы. Вычислительные эксперименты выполнены с помощью программного комплекса ANSYS Mechanical, в котором реализован метод конечных элементов в форме метода перемещений. Для моделирования напряженно-деформированного состояния монолитного железобетонного каркаса применен пластинчато-стержневой ансамбль конечных элементов. Уточненный расчет зоны сопряжения перекрытия и колонны при статическом нагружении выполнен с использованием ансамблирования объемных, балочных, ферменных и пластинчатых элементов.
Результаты исследования. Разработана инженерная методика численного анализа напряженно-деформированного состояния зоны сопряжения перекрытия и колонны железобетонного монолитного каркаса при статическом нагружении. Наиболее точный результат обеспечила конечно-элементная модель, построенная с использованием балочных конечных элементов в качестве арматурных стержней.
Обсуждение и заключения. Разработанная методика численного моделирования сопряжения перекрытия и колонны позволила оценить реальный запас прочности данного узла с учетом реальной геометрии армирующих сеток, а также уточнить несущую способность монолитного железобетонного каркаса при различных сценариях нагружения.

Ключевые слова: метод конечных элементов; объемные, балочные, ферменные, пластинчатые конечные элементы; безригельное перекрытие с бескапительным стыком; модель сопряжения плиты перекрытия и колонны; модели дискретного армирования перекрытия.

Благодарности. Авторы выражают благодарность рецензентам, чья критическая оценка представленных материалов и высказанные предложения по их усовершенствованию способствовали значительному повышению качества настоящей статьи.

Для цитирования. Гайджуров, П. П. Расчет на прочность зоны сопряжения плиты перекрытия и колонны монолитного железобетонного каркаса методом конечных элементов / П. П. Гайджуров, В. А. Володин // Advanced Engineering Research. — 2022. — Т. 22, № 4. — С. 306–314. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-4-306-314

Original article

Strength Calculation of the Coupling of the Floor Slab and the Monolithic Reinforced Concrete Frame Column by the Finite Element Method

Peter P. Gaidzhurov ✉, **Victor A. Volodin**
Don State Technical University, 1, Gagarin Sq., Rostov-on-Don, Russian Federation
✉ gpp-161@yandex.ru

Abstract
Introduction. The given model does not allow obtaining data on the distribution of the stress tensor components in the zone of intersection of the floor and the column. Therefore, the problem of improving the strength calculation technique at the joints of floors and columns is urgent. This study aims at developing the concept of fragmentation of the frame to assess the load-bearing capacity of the floors. As a rule, a frame-rod design scheme is used under the finite element modeling of high-rise buildings made of monolithic reinforced concrete. Numerical experiments using volume-rod and volume-plate models of a repeating structural fragment were performed on a test example of a six-span three-storey monolithic reinforced concrete frame. Practical recommendations have been developed for the refined strength calculation of the floors of monolithic reinforced concrete frames of multistorey buildings.
Materials and Methods. Computational experiments were performed using the ANSYS Mechanical software package, in which the finite element method was implemented in the form of a displacement method. A plate-rod ensemble of finite elements was used to simulate the stress-strain state of a monolithic reinforced concrete frame. The refined calculation of the coupling zone of the floor slab and column under static loading was performed using solid, beam, truss and plate elements.
Results. An engineering technique has been developed for numerical analysis of the stress-strain state of the coupling of the floor and the column of the reinforced concrete monolithic frame under static loading. The most accurate result was provided by a finite element model constructed using beam finite elements as reinforcing rods.
Discussion and Conclusions. The developed technique of numerical modeling of the coupling of the floor and the column made it possible to estimate the real strength margin of this node, taking into account the real geometry of reinforcing grids, as well as to clarify the bearing capacity of a monolithic reinforced concrete frame under various loading scenarios.

Keywords: finite element method; solid, beam, truss, plate finite elements; girderless floor with a capless joint; model of coupling of a floor slab and a column; models of discrete floor reinforcement.

Acknowledgements. The authors would like to thank the reviewers, whose critical assessment of the submitted materials and suggestions contributed to a significant improvement in the quality of this article.

For citation. P. P. Gaidzhurov, V. A. Volodin. Strength Calculation of the Coupling of the Floor Slab and the Monolithic Reinforced Concrete Frame Column by the Finite Element Method. Advanced Engineering Research, 2022, vol. 22, no. 4, pp. 306–314. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-4-306-314

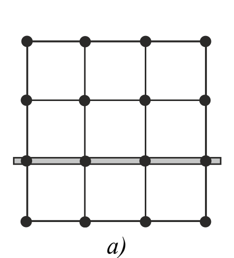
Введение. В настоящее время проектирование многоэтажных высотных зданий из монолитного железобетона базируется на рамно-связевой конструкционной схеме, позволяющей в известной степени обеспечить «живучесть» здания в случае прогрессирующего (лавинообразного) разрушения [1, 2]. Отметим, что в отечественной строительной науке под термином «прогрессирующее разрушение» понимается процесс обрушения несущих конструкций на нескольких этажах здания или на одном этаже площадью более 80 м^2. Данное явление возникает в результате одномоментного разрушения, как правило, одного несущего элемента, с последующим быстро нарастающим обрушением всего здания или его части по сценарию «домино».

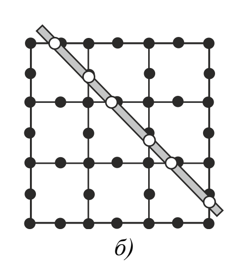
В качестве основных конструкционных элементов монолитных железобетонных каркасов многоэтажных зданий выступают повторяющиеся фрагменты колонн и безригельных перекрытий, связанных бескапительными стыками [1].

Несмотря на многолетний опыт проектирования зданий с рамно-связевыми каркасами, в мировой практике известны случаи прогрессирующего разрушения данных объектов. Причины таких явлений главным образом обусловлены ошибками при проектировании зоны сопряжения перекрытий и колонн в сочетании с нарушением установленных правил эксплуатации зданий. Целью настоящего исследования является разработка инженерной методики прочностного расчета рамного каркаса многоэтажного здания из монолитного железобетона с учетом объемного характера напряженного состояния в зоне стыка перекрытия и колонны.

При конечно-элементном моделировании изгибаемых железобетонных конструкций обычно используют подход, основанный на представлении бетона двумерными или трехмерными конечными элементами (КЭ), по-

строение которых базируется на принципах теории упругости. Армирующие стержни, как правило, моделируются балочными или ферменными КЭ соответствующей размерности. По способу ансамблирования объемных и стержневых КЭ различают следующие схемы представления армирования [2, 3]: дискретно-распределенное, при котором координаты узлов разнотипных элементов совпадают (рис. 1 *а*); армирование с использованием так называемых встроенных конечных элементов (рис. 1 *б*). В последнем случае координаты узлов разнотипных КЭ не совпадают и предусматривается процедура «конденсации» элементов матриц жесткости стержневого элемента на смежные узлы объемного (основного) элемента (рис. 1 *в*). Отметим, что вычислительная технология встроенных КЭ применима исключительно для решения задачи об обобщенном плоском напряженном состоянии. Причем основные КЭ должны быть изопараметрическими и поликвадратичными, а встроенные КЭ — прямолинейными ферменного типа (рис. 1 *в*).





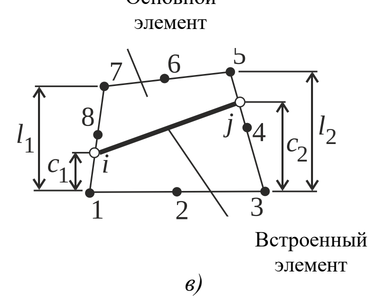


Рис. 1. Схемы моделирования армирования: *а* — дискретно-распределенная; *б* — со встроенными стержневыми элементами; *в* — основным и встроенным элементами (рисунок авторов)

В российской практике прочностного расчета монолитных зданий и сооружений из железобетона преимущественно используются узко специализированные программные комплексы ЛИРА-САПР и SCAD-Office [4, 5], в которых для моделирования рамно-связевых каркасов применяется технология ансамблирования пластинчатых и балочных КЭ. При этом в зонах сопряжения перекрытий и колонн автоматически вводятся так называемые жесткие вставки, представляющие собой звездообразно расположенные балочные КЭ с искусственно завышенной изгибной жесткостью (рис. 2). Геометрия жесткой вставки соответствует поперечным размерам сечения колонны. Такой подход позволяет придать более физичный характер распределению изгибающих моментов в КЭ перекрытия.

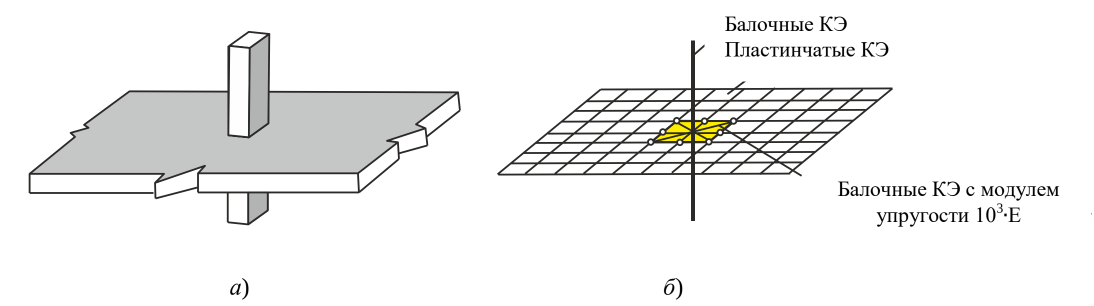


Рис. 2. Моделирование зоны сопряжения перекрытия и колонны: *а* — зона сопряжения; *б* — расчетная схема зоны сопряжения с жесткой вставкой (рисунок авторов)

Альтернативой жестким вставкам с балочными КЭ с завышенной жесткостью является процедура кооптирования (связывания) степеней свободы узлов пластинчатых элементов, примыкающих к узлу стержневого элемента, с соответствующими узловыми перемещениями и углами поворотов стержневых КЭ. Естественно, при таком подходе необходимо в местах сопряжений пластинчатых и стержневых КЭ предусмотреть сгущение сетки до размеров поперечных сечений колонн. Отметим, что рассмотренный подход также может быть программно автоматизирован.

Материалы и методы. В настоящее время разработчики конечно-элементных программных комплексов при построении матриц жесткости пластинчатых и оболочечных конечных элементов широко используют алгоритм MITC (Mixed Interpolation of Tensorial Components), базирующийся на процедуре независимой (раздельной) аппроксимации изгибных и сдвиговых деформаций. Цель данной процедуры состоит в исключении эффекта «заклинивания» или ложного сдвига.

Для моделирования колонн монолитных железобетонных каркасов применяют прямолинейные двухузловые балочные КЭ с шестью степенями свободы в узле, которые включают три перемещения в направлении локаль-

ных осей и соответствующие угловые перемещения.

В программном комплексе ANSYS Mechanical для расчета пространственных рамно-связевых каркасов предусмотрены пластинчатый четырехузловой КЭ SHELL63 и двухузловой балочный КЭ BEAM188[1]. Анализ трехмерного напряженно-деформированного состояния конструкций из железобетона выполняют с помощью специального восьмиузлового элемента SOLD65.

Результаты исследования. Выполним расчет напряженно-деформированного состояния монолитного трехэтажного железобетонного каркаса с шагом колонн 5×7 м. Высота этажа — 4,7 м; размер сечения колонны — 0,4×0,4 м; толщина перекрытия — 0,2 м. Модуль упругости, коэффициент Пуассона, удельный вес материалов перекрытий $E = 2{,}7\times10^4$ МПа; $\nu = 0{,}2$; $\gamma = 2440$ кг/м^3; колонн $E = 3\times10^4$ МПа; $\nu = 0{,}2$; $\gamma = 2500$ кг/м^3. Расчетные значения сопротивления бетона осевому сжатию и растяжению соответственно составляют: $R_b = 25{,}5$ МПа, $R_{bt} = 2{,}37$ МПа.

Полагаем, что на все перекрытия каркаса действует постоянная равномерно распределенная нагрузка $q = 2$ кПа. Расчеты выполняем с учетом собственного веса каркаса. Считаем, что основания колонн первого этажа каркаса жестко закреплены.

На первом этапе расчета перекрытия и колонны каркаса моделируем соответственно пластинчатыми SHELL63 и балочными BEAM188 КЭ.

В таблице 1 приведены результаты сравнительных расчетов перекрытия первого этажа каркаса. Вычисления проводились с шагом сетки на перекрытиях 0,2 м и 0,5 м. Колонны в обоих случаях разбивались на 6 КЭ. В таблице 1 и далее обозначено: u_z — максимальный прогиб; M_x, M_y — изгибающие моменты относительно глобальных осей. В третьей строке таблицы 1 приведены данные расчета каркаса с жесткими вставками (шаг сетки 0,2 м). Жесткие вставки с размерами сторон 0,4×0,4 м моделировались пластинчатыми КЭ SHELL63 с модулем упругости $10^3\times E$.

Отметим, что значения $M_{x\,max}$, $M_{y\,max}$, приведенные в таблице 1, относятся к небольшим локальным зонам сопряжения колонн и перекрытий. Величины $M_{x\,min}$ и $M_{y\,min}$ распространяются по периметру каркаса между рядами крайних колонн.

Аналогичный расчет каркаса был выполнен с использованием программного комплекса ЛИРА-САПР. Значение максимального прогиба на первом этаже при аналогичном нагружении и механических постоянных материала, полученное с помощью программного комплекса ЛИРА САПР, составило $u_z = -3{,}06$ мм, что сопоставимо с расчетом в ANSYS $u_z = -3{,}49$ мм при шаге сетки на перекрытиях 0,2* (таблица 1). При расчете с использованием комплекса ЛИРА-САПР на шаге построения «аналитической модели» в точках пересечения колонн и перекрытий включались «контуры продавливания», опосредованно влияющие на изгибную жесткость перекрытий в сторону ее увеличения.

Таблица 1

Значения экстремальных изгибающих моментов в зоне сопряжения перекрытия первого этажа и колонны при использовании SHELL63

Шаг сетки, м	Число неизвестных	u_z, м	M_X, кН·м		M_Y, кН·м	
			min	*max*	*min*	*max*
0,5	103032	–0,004908	–13,1	37,2	–20,6	45,3
0,2	583200	–0,005409	–15,2	70,2	–22,5	99,7
0,2*	583200	–0,003492	–10,8	106	–17,5	106

В таблице 2 приведены значения экстремальных изгибающих моментов для перекрытия первого этажа, полученные с помощью ANSYS (шаг сетки 0,2* м) и ЛИРА-САПР (шаг сетки 0,395 м). Следует отметить, что в комплексе ЛИРА-САПР для количественной оценки значений M_x и M_y введена шкала погонных изгибающих моментов, т. е. результирующие моменты приведены к полосе плиты шириной 1 м.

[1] Басов К. А. ANSYS: справочник пользователя. М.: ДМК Пресс, 2005. 640 с.

Таблица 2

Сравнение экстремальных значений изгибающих моментов в зоне сопряжения перекрытия первого этажа и колонны, вычисленных с помощью ANSYS и ЛИРА-САПР

Программный комплекс	M_x, кН·м		M_y, кН·м	
	min	*max*	*min*	*max*
ANSYS	–10,8	106	–17,5	106
ЛИРА-САПР	–31,5	8,37	–42,2	12,9

Из представленных в таблице 2 данных видно, что полученные с использованием ANSYS и ЛИРА-САПР одноименные экстремальные моменты существенно различаются по величине. Данное обстоятельство объясняется наличием в исследуемой конечно-элементной модели локальных зон концентрации внутренних усилий в местах сопряжения пластинчатых и стержневых КЭ. Причем принятые размеры пластинчатых КЭ в обоих комплексах не позволяют точно смоделировать градиенты изменения изгибающих моментов в указанных зонах концентрации.

Анализируя результаты расчета каркаса по пластинчато-стержневой схеме приходим к выводу, что данная модель не позволяет исследовать детальную картину напряженного состояния конструкции. В частности, не удается проанализировать зоны растягивающих нормальных напряжений σ_x, σ_y σ_z, возникающих в местах сопряжения колонн и перекрытий. В этой связи актуальной является задача построения расчетной модели повторяющегося фрагмента каркаса, позволяющей выполнить численное исследование объемного напряженно-деформированного состояния, в том числе с учетом армирования. На рис. 3 изображен план перекрытия рассматриваемого каркаса с выделенными повторяющимися фрагментами *a*, *b*, *c*. Область повторяющегося фрагмента *a* является объектом дальнейшего исследования.

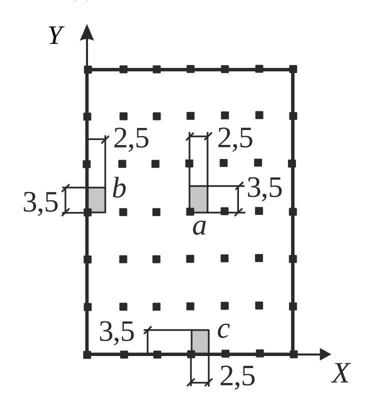


Рис. 3. Повторяющиеся фрагменты *a*, *b*, *c* перекрытия каркаса (рисунок авторов)

Для моделирования объемного напряженно-деформированного состояния повторяющегося фрагмента применим восьмиузловой КЭ типа SOLID185 с тремя степенями свободы в узле.

На рис. 4 представлена расчетная схема повторяющегося фрагмента *a* рассматриваемого каркаса. Приведенная расчетная схема относится к первому этажу каркаса. Здесь сосредоточенная сила *P* =72,6 кН взята из эпюры продольных сил, полученной с использованием пластинчато-стержневой модели каркаса. При этом сосредоточенную силу *P* преобразуем к статически эквивалентному давлению $q_к$ = 453,5 кПа, действующему на площадке 0,2×0,2 м (1⁄4 часть сечения колонны). Статические граничные условия $\overline{u}_X$, $\overline{u}_Y$, $\overline{u}_Z$ накладываются на узлы КЭ с учетом циклической симметрии картины деформации перекрытия. Соответствующая конечно-элементная модель фрагмента, построенная на базе объемных КЭ типа SOLID185, приведена на рис. 5. В данном случае шаг сетки объемных КЭ принят равным 0,1 м. Давление на фрагмент перекрытия и 1/4 части колонны прикладываем с помощью элемента SURF154[2].

Результаты сравнения жесткостных свойств пластинчато-стержневой и объемной конечно-элементных моделей рассматриваемого фрагмента каркаса в виде картин распределения перемещений u_Z приведены на рис. 6. Картины распределения u_Z на рис. 6 *б* и рис. 6 *в* соответствуют расчетам фрагмента с учетом и без учета силы *P*. Как видно из представленных результатов, расчет без учета силы *P* (рис. 6 *в*) дает значения переме-

[2] То же.

щений, наиболее близкие к данным пластинчато-стержневой модели. Дальнейшие численные эксперименты будем проводить с учетом нагружения колонны фрагмента давлением $q_к$.

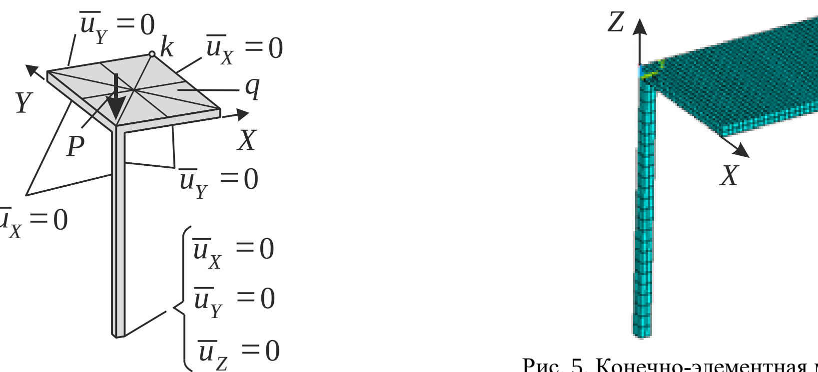


Рис. 4. Расчетная схема фрагмента (рисунок авторов)

Рис. 5. Конечно-элементная модель фрагмента (рисунок авторов)

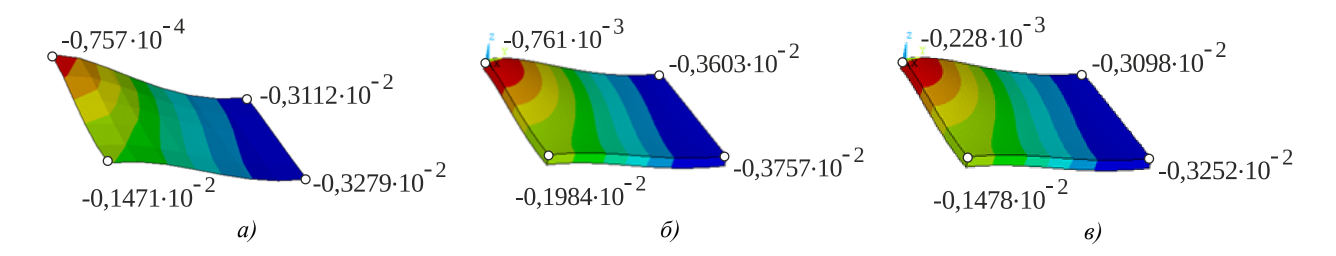


Рис. 6. Результаты вычисления перемещений u_Z по двум моделям: *а* — пластинчато-стержневая модель; *б* — объемная модель с учетом силы *P*; *в* — объемная модель без учета силы *P* (рисунок авторов)

Выполним исследование влияния армирования на напряженно-деформированное состояние рассматриваемого фрагмента каркаса. Считаем, что перекрытия каркаса безригельные и бескапительные. Рассмотрим три схемы моделирования армирования части перекрытия, принадлежащей фрагменту: 1 — дискретное армирование с использованием стержневых КЭ (BEAM188); 2 — дискретное армирование с использованием ферменных КЭ (LINK180); 3 — распределенное армирование с использованием пластинчатых КЭ (SHELL63). Следует отметить, что моделирование арматуры посредством ферменных КЭ также подходит для расчета преднапряженных железобетонных конструкций[3] [1, 6, 7].

Конструктивные элементы дискретного армирования фрагмента каркаса продемонстрированы на рис. 7. Материал армирующих стержней — сталь ($E = 2 \times 10^5$ МПа; $\nu = 0{,}28$; $\gamma = 7800$ кг/м^3).

Армирующие сетки выполнены из стержней следующего диаметра: фоновое армирование (по всей плоскости перекрытия) — 10 мм; армирование ригелей — 12 мм; армирование капители — 16 мм. Диаметры стержней для поперечного армирования ригелей и капителей имеют значения, аналогичные вышеприведенным. Армирующие стержни колонны диаметром 12 мм расположены по углам сечения.

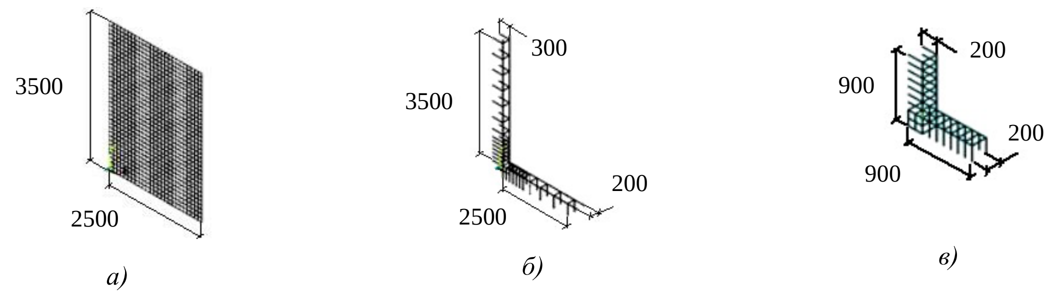


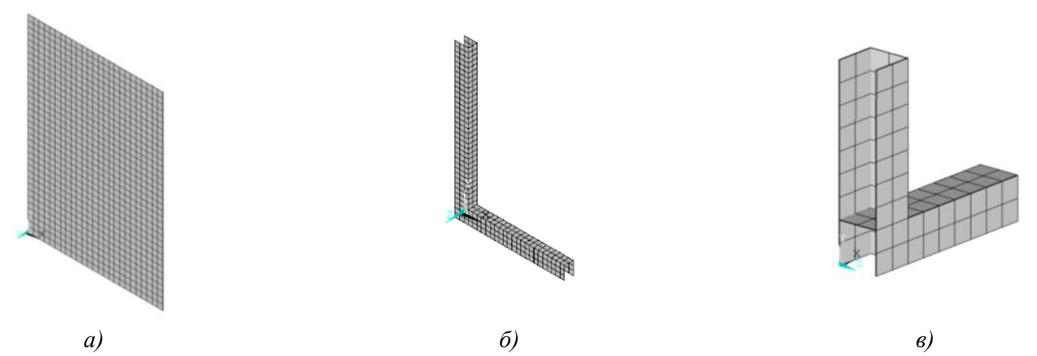
Рис. 7. Конструктивные элементы дискретного армирования: *а* — фоновое верхнее / нижнее армирование; *б* — армирование ригелей; *в* — армирование капители (рисунок авторов)

Механика

[3] СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. М., 2004. 59 с.

Назначенные значения диаметров армирующих стержней взяты на основании прототипа [8–10]. Для моделирования арматуры используем балочные или ферменные КЭ.

Альтернативой модели дискретного армирования является подход, базирующийся на принципе «размазывания», так называемая модель распределенного армирования. Суть принципа «размазывания» в общем случае состоит в введении приведенного модуля упругости, являющегося функцией от модулей упругости компонентов неоднородного материала и их объемных концентраций. Однако расчетная практика [1] показала, что для железобетонных конструкций, работающих на изгиб, более реалистичные результаты дает введение дискретных армирующих слоев, эквивалентных объему, занимаемому армирующими стержнями. Геометрия таких слоев повторяет геометрию армирующих сеток. Для рассматриваемого фрагмента каркаса на рис. 8 показаны эквивалентные армирующие слои, моделируемые пластинчатыми КЭ типа SHELL63.



а) *б)* *в)*

Рис. 8. Эквивалентные армирующие слои: *а* — слой для фонового армирования (верхнего ⁄ нижнего); *б* — слои армирования ригелей; *в* — слои армирования капители (рисунок авторов)

На основании условия равенства объемов армирующих элементов и совпадения геометрии зон армирования получим следующие толщины для эквивалентных армирующих слоев: слой фонового армирования — 1,6 мм; слои армирования ригелей — 1,1 мм, 0,74 мм, 1,2 мм, 0,78 мм; слои армирования капители — 5 мм, 2,7 мм.

В процессе вычислительного эксперимента исследовалась зависимость прогиба u_z в точке *k* и максимальных растягивающих напряжений $\sigma^+_{x\,max}$, $\sigma^+_{y\,max}$, $\sigma^+_{z\,max}$ от принятой схемы армирования исследуемого фрагмента (рис. 4). В таблице 3 приведены результаты расчетов.

Таблица 3

Значения прогибов и напряжений при различных способах моделирования арматуры

Моделирование арматуры	u_z в точке *k*, мм	$\sigma^+_{x\,max}$, МПа	$\sigma^+_{y\,max}$, МПа	$\sigma^+_{z\,max}$, МПа
Без арматуры	–3,32	3,26	4,40	1,44
BEAM188	–2,81	2,77	3,76	1,08
LINK180	–2,92	2,75	3,74	1,06
SHELL63	–2,06	1,19	1,74	0,513

Анализ результатов показал, что применение пластинчатых КЭ приводит к существенному занижению максимальных растягивающих напряжений. Данные, полученные с использованием балочных и ферменных КЭ, практически совпадают, что объясняется низкой изгибной жесткостью армирующих стержней.

Важно подчеркнуть, что для рассмотренного варианта нагружения при использовании стержневых КЭ (BEAM188 и LINK180) в зоне сопряжения колонны и перекрытия условие прочности для напряжений $\sigma^+_{x\,max}$ и $\sigma^+_{y\,max}$ не выполняется.

На рис. 9 приведена визуализация процесса трещинообразования в плите перекрытия, полученная при моделировании бетона объемными восьмиузловыми КЭ SOLIDS65. Следует отметить, что в перекрытии появляются только микротрещины, граница которых хорошо согласуется с полем напряжений сдвига σ_{xy} в плоскости перекрытия (рис. 10).

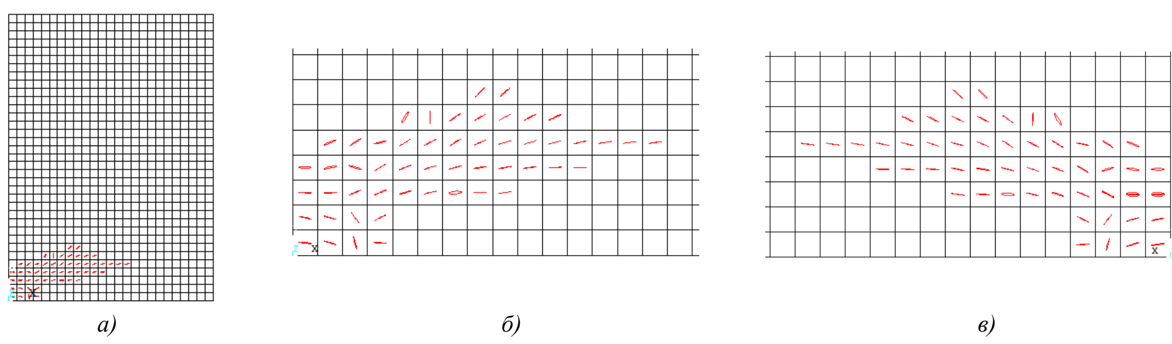


Рис. 9. Визуализация процесса трещинообразования в плите перекрытия: *а* — общий вид фрагмента; *б* — вид зоны трещинообразования сверху; *в* — вид зоны трещинообразования снизу (рисунок авторов)

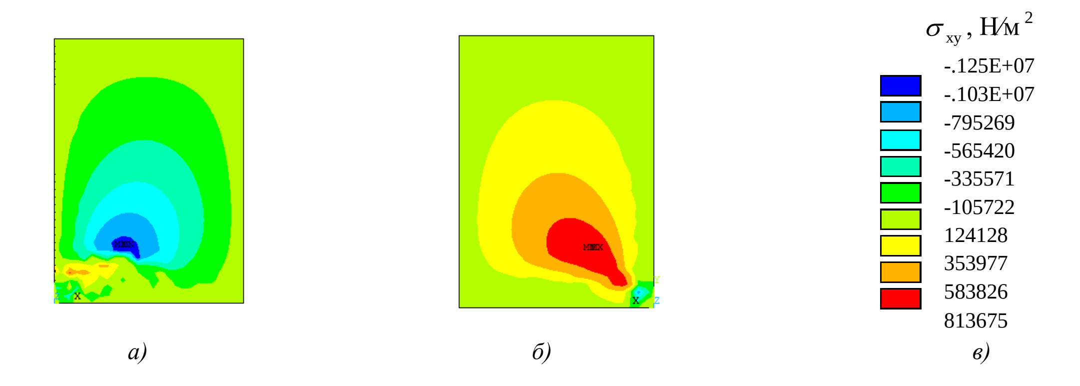


Рис. 10. Картина распределения напряжений σ_{xy} в перекрытии:
а — вид фрагмента сверху; *б* — вид фрагмента снизу; *в* — шкала напряжений (рисунок авторов)

Для моделирования физической нелинейности бетона использовалась модель Уиллама-Варнке [11] со следующими параметрами: коэффициент передачи сдвиговых усилий при открытой трещине — 0,3; коэффициент передачи сдвиговых усилий при закрытой трещине — 0,7; коэффициент понижения жесткости при образовании трещины в результате растяжения — 0,6.

Обсуждение и заключения

1. На основании выполненного линейно-упругого расчета монолитного каркаса из железобетона доказано, что пластинчато-стержневая модель, широко используемая в практике проектирования, не позволяет количественно оценить величины растягивающих нормальных напряжений в зонах сопряжения плит перекрытий и колонн.

2. Разработана методика численного моделирования объемного напряженно-деформированного состояния в месте сопряжения перекрытия и колонны монолитного железобетонного каркаса, позволяющая оценить фактический запас прочности данного узла, а также уточнить несущую способность соответствующего здания или сооружения при различных сценариях нагружения.

Список литературы

1. Merritt, F. S. Building Design and Construction Handbook / Frederick S. Merritt, Jonathan T. Ricketts. — McGraw Hill Professional, 2000. — 1600 p.

2. Wolanski, A. J. Flexural Behavior of Reinforced and Prestressed Concrete Beams Using Finite Element Analysis /A. J. Wolanski. — Marquette University, Milwaukee; 2004. — 87 p.

3. Hyo-Gyoung Kwak, Filippou F. C. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures under Monotonic Loads / Hyo-Gyoung Kwak, F. C. Filippou. — University of California, 1990. — 124 p.

4. Расчет и проектирование конструкций высотных зданий из монолитного железобетона (проблемы, опыт, решения и рекомендации, компьютерные модели, информационные технологии) / А. С. Городецкий, Л. Г. Батрак, Д. А. Городецкий. — Киев : Факт, 2004. — 106 с.

5. Перельмутер, А. В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа : практическое руководство / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. — Москва : ДМК Пресс, 2009. — 596 с. (Серия «Проектирование»). URL: https://znanium.com/read?id=418879 (дата обращения: 14.09.2022).

6. Самохвалова, Е. О. Стык колонны с безбалочным бескапительным перекрытием в монолитном здании / Е. О. Самохвалова, А. Д. Иванов // Инженерно-строительный журнал. — 2009. — № 3. — С. 33–37.

7. FIP Handbook on Practical Design: Examples of the Design of Concrete Structures. — Thomas Telford Limited, London; 2010. — 188 p.

8. Лукин, А. В. Конечно-элементное моделирование и анализ напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций / А. В. Лукин, В. С. Модестов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. — 2014. — № 3 (201). — С. 35–46.

9. Гайджуров, П. П. Конечно-элементное моделирование передачи усилия натяжения стального каната на бетон / П. П. Гайджуров, Аль-Джабоби Сами Фахль, Аль-Хадж Махмуд Абдо Хаса // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2017. — № 2. — С. 73–78.

10. Определение выгиба большепролетных железобетонных балок от преднапряжения арматуры методом конечных элементов / П. П. Гайджуров, Э. Р. Исхакова, Аль-Джабоби Сами Фахль, Аль-Хадж Махмуд Абдо Хаса // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2017. — № 4. — С. 86–91.

11. Карпенко, Н. И. Общие модели железобетона / Н. И. Карпенко. — Москва : Стройиздат, 1996. — 416 с.

Поступила в редакцию 31.10.2022.
Поступила после рецензирования 22.11.2022.
Принята к публикации 23.11.2022.

Об авторах:

Гайджуров Петр Павлович, профессор кафедры «Техническая механика» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, ORCID, gpp-161@yandex.ru

Володин Виктор Александрович, аспирант кафедры «Техническая механика» Донского государственного технического университета (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID, vik25vol@bk.ru

Заявленный вклад соавторов:

П. П. Гайджуров — постановка задачи, выбор метода решения, построение математической и компьютерной модели, обсуждение результатов. В. А. Володин — критический обзор литературных источников по теме исследования, проведение расчетов, обсуждение результатов.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.